

**ÁLGEBRA E GEOMETRIA: A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO
ESTRATÉGIA PARA A VERIFICAÇÃO DOS SABERES DE LICENCIANDOS
DE MATEMÁTICA SOBRE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES**

Nelson Victor Lousada Cade – Instituto Federal do Espírito Santo/Cefor,
nvlcade@hotmail.com

Maria Auxiliadora Vilela Paiva - Instituto Federal do Espírito Santo/Cefor,
vilelapaiva@gmail.com

RESUMO

Este trabalho vinculado à linha de formação de professores que ensinam matemática é parte de uma pesquisa desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Educimat/Ifes. Nosso objetivo foi refletir sobre a articulação entre o saber científico e o escolar, numa turma de licenciatura em matemática, a partir da relação com os saberes que emergem do conteúdo de Equações Diofantinas Lineares (EDL). Uma das atividades da intervenção realizada foi a utilização de tecnologia, com o software de geometria dinâmica Geogebra. Os alunos observaram, por meio de gráficos, que as equações diofantinas lineares são um conjunto de pontos com coordenadas x e y que estão sobre uma reta, apresentada em sua forma parametrizada. No desenrolar desta ação de pesquisa discutimos com os licenciandos importantes relações existentes entre geometria e álgebra, com vistas à reflexão de sua futura atuação docente em sala de aula.

Palavras-chave: Formação inicial. Geogebra. Equações Diofantinas Lineares.

1. INTRODUÇÃO

Entende-se a Álgebra como a parte da Matemática que tem entre outras funções o trabalho com generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos. “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade” (Lins e Gimenez 1997, p.137). A partir da necessidade de propor reflexões sobre o ensi-

no e aprendizagem da Álgebra, em especial sobre o conteúdo de equações diofantinas lineares, esse trabalho apresenta parte de uma intervenção realizada em uma licenciatura, numa Instituição pública de Vitória- ES.

O desenvolvimento desse trabalho permitiu a reflexão sobre as atividades realizadas com a utilização do Software Geogebra, como parte da etapa de produção de dados da nossa pesquisa. Teve como objetivo mostrar as potencialidades pedagógicas do Geogebra na resolução das atividades envolvendo equações diofantinas lineares em um curso de formação inicial de professores. Buscamos descrever as interações entre pesquisadores e futuros professores de matemática em um ambiente que integrasse o GeoGebra na resolução de problemas relacionados ao ensino da Álgebra.

Shulman (1987) defende que a base do conhecimento docente está na conexão do Conhecimento do Conteúdo e do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge – PCK), pois este último é o conhecimento que expressa o modo como o professor realiza a transformação do conteúdo sistematizado de forma a torná-lo compreensível para o aluno. Considerando que estamos num curso de licenciatura em matemática, é preciso enfatizar que além de dominar o saber matemático, o futuro professor precisa ser capaz de articulá-lo com o saber matemático escolar. Além disso, “pesquisas vêm evidenciando a necessidade de que, em programas de formação, os conteúdos matemáticos sejam visitados e revisitados, mas é necessário pensar sob que olhar isso deveria acontecer” (NACARATO e PAIVA, 2008, p. 14).

Uma das formas de se trabalhar em cursos de formação inicial é por meio do uso de ambientes de geometria dinâmica, que podem auxiliar na compreensão de importantes propriedades matemáticas, como as relações entre álgebra e geometria. Esta estratégia de ensino propicia ao licenciando deparar-se com situações em sua formação inicial que lhe propiciarão momentos de reflexão sobre sua futura atuação docente.

Confirmando a importância da tecnologia em ambientes educacionais, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aponta que uma das competências a ser desenvolvida no aluno diz respeito a

utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas. (BRASIL, 2016, p. 18).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam que os computadores nas aulas de Matemática podem ser utilizados na construção de conhecimento, pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções (Brasil, 1998, p.44). Além disso, destacam o uso de tecnologias como um dos caminhos para se “fazer Matemática” em sala de aula. É a partir disso, que se considera relevante o uso do computador e, conseqüentemente, de softwares no ensino de Matemática.

Bairral (2015, p.10) afirma que a interação é um elemento potencializador e pode contribuir para o amadurecimento e o desenvolvimento da reflexão em um ambiente de aprendizagem. Ressalta que a interação em ambientes de aprendizagem que valorizam os relatos dos participantes, a partir de suas experiências profissionais e de vida, pode levar à compreensão dos conceitos propostos e vivenciados durante o trabalho. Conceitos e saberes profissionais vão sendo articulados e aprimorados a partir das relações estabelecidas durante uma reflexão interativa. Portanto, situações nas quais o indivíduo se desenvolve profissionalmente é parte fundamental de como ele constrói, continuamente, seus saberes e estabelece relações entre eles.

Ainda segundo Bairral (2015,p.17) a interação tem sido importante para o desenvolvimento da cognição matemática, por

Contribuir com a constituição da atividade formativa, mediada ou não por tecnologia digital; promover a constituição e o senso de pertencimento no coletivo de aprendizagem; permitir ao professor olhar o tempo formativo presente, de modo a elaborar ações futuras potencializadoras do aprendizado; auxiliar a todos na deflagração ou no entendimento de uma dinâmica colaborativa de trabalho e aprendizado; caminhar conjuntamente com motivação (individual ou

coletiva) e avaliação de práticas formativas; fornecer pistas ao formador, para construir estratégias para a manutenção da sedução tecnológica dos envolvidos; materializar mediante várias formas de comunicação (escrita, pictórica, gestual, na tela de um dispositivo móvel etc.) e potencializar o estudo de dinâmica sobre objetos, sobre relações e sobre relações entre relações.

Nessa pesquisa, após surgirem as equações diofantinas lineares a partir de situações problema alavancadoras da aprendizagem, surgiram por meio das discussões coletivas três perguntas centrais no estudo dessas equações: a EDL tem solução? Se sim, essas soluções são finitas ou infinitas? E por fim, quais são essas soluções?

Ao realizar a busca de respostas para essas perguntas o aluno se depara com a necessidade de analisar e refletir sobre o caminho para resolver esse tipo de equação.

Neste momento achamos pertinente apresentar ao leitor algumas informações importantes, como por exemplo, qual o formato de uma EDL e como saber se a mesma apresenta ou não solução.

Uma EDL é uma equação do tipo $ax + by = c$, onde a , b e c são números inteiros dados e as soluções x e y procuradas, também pertencem ao conjunto Z . A seguinte proposição permeia este estudo: Uma Equação Diofantina Linear $ax + by = c$ tem solução se, e somente se, d divide c , sendo $d = \text{mdc}(a, b)$.

Na ação de resolver uma equação deste tipo muitos conceitos básicos são trabalhados com os alunos, como o cálculo do máximo divisor comum (mdc), divisibilidade e também as discussões sobre as soluções de uma equação. Ressaltamos que todos esses conceitos podem ser trabalhados em turmas de ensino fundamental ou médio, de forma que ocorra a articulação entre a matemática científica e escolar.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa, na linha qualitativa se deu via intervenção pedagógica. As observações e intervenções foram realizadas em uma turma de quinto período

do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, com a presença de 19 alunos, no período de Junho a Julho de 2017, tendo cada encontro sido detalhado na tabela a seguir.

Tabela 1 – Dias e Objetivos das Intervenções

Dias	Organização	Objetivo
Dia 1 – 13/06/2017	Individual/Grupo	Levantar os conhecimentos prévios dos licenciandos e resolver problemas de EDL em grupo e discutir no coletivo as soluções.
Dia 2 – 20/06/2017	Grupo com discussões coletivas	Resolver problemas de EDL em grupo e discutir no coletivo as soluções.
Dia 3 – 23/06/2017	Grupo com discussões coletivas	Propor um problema que recaia em uma EDL.
Dia 4 – 27/06/2017	Grupo com discussões coletivas	Demonstrar os Teoremas de EDL.
Dia 5 – 04/07/2017	Duplas com discussões coletivas	Utilizar o software Geogebra para construção do gráfico de EDLs.

Fonte – Organizado pelos pesquisadores, 2017

Ressaltamos que nesta pesquisa as definições apresentadas, bem como a formalização matemática por meio do teorema de EDL não foram apresentadas

de imediato aos alunos. Na maior parte do tempo, os licenciandos trabalhavam em pequenos grupos, numa metodologia de resolução de problemas, em que eles se deparavam com algumas equações e tentavam buscar estratégias para solucioná-las. Somente no quarto encontro a teoria foi formalizada e demonstrada.

Em especial, a intervenção pedagógica com o uso de Geometria Dinâmica, ocorreu no quinto encontro, realizado no dia 04 de julho de 2017, no Laboratório de Informática do IFes/Vitória. O objetivo dessa intervenção foi propor a utilização do software Geogebra para a construção do gráfico de uma EDL e desse modo discutirmos importantes relações entre geometria e álgebra. Para o desenvolvimento da atividade, primeiramente entregamos aos licenciandos uma atividade, com equações diofantinas lineares, por exemplo: $2x + 3y = 10$, entre outras, pedimo-lhes que respondessem as perguntas a seguir.

- a) Explique, utilizando o Teorema das Equações Diofantinas Lineares, porque as equações acima podem ou não ter soluções inteiras;
- b) É possível escrever todas as soluções dessas equações?
- c) É possível generalizar as soluções dessas equações?
- d) Utilizando o Teorema das Equações Diofantinas Lineares, escreva a forma geral, para determinar a solução de cada equação acima.
- e) Escreva na linha de comando do Geogebra cada uma das equações descritas anteriormente. De que forma você relaciona as soluções inteiras encontradas em (d) com o gráfico formado?

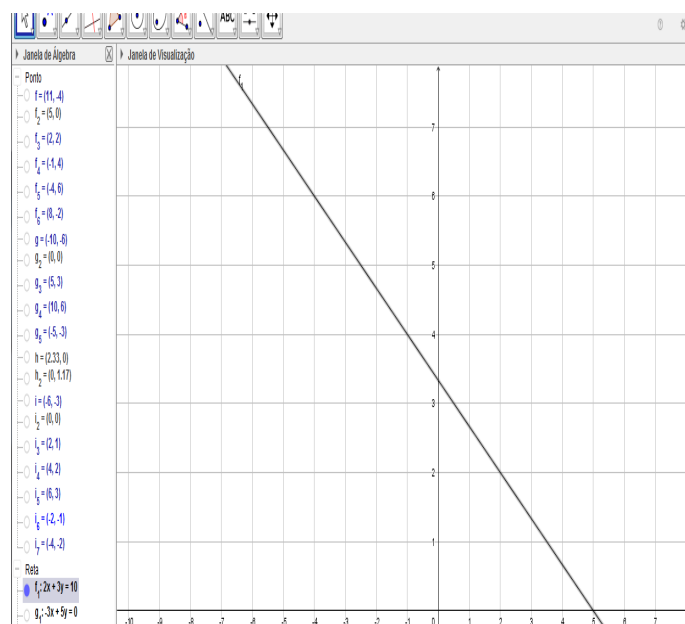
Como podemos destacar com a letra (e) dessa atividade, desejávamos que essa etapa da produção de dados, permitisse aos licenciandos observarem pelo gráfico que as equações diofantinas são um conjunto de pontos com coordenadas x e y que estão sobre uma reta. Além disso, foi possível visualizarem, pelo recurso de exibição de malha quadriculada, que no momento

em que um número inteiro pertencente ao eixo x, tem um correspondente inteiro em y, é possível marcar pontos de intercessão que são as soluções da EDL.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ao término da atividade os licenciandos enviaram ao e-mail dos pesquisadores os arquivos com os gráficos que foram construídos. Uma dessas construções é mostrada na figura a seguir e representa o gráfico da EDL: $2x + 3y = 10$.

Figura 1: Construção de gráfico de uma EDL



Fonte – Dados da Pesquisa, 2017

Como encerramento da atividade questionamos aos licenciandos “De que forma você avalia a utilização do software Geogebra para o ensino aprendizagem de EDL?”, e algumas respostas obtidas foram:

R: Facilita muito a percepção e/ou visualização do que a EDL corresponde.

Y: A utilização do Geogebra foi riquíssima, pois através dele, pudemos refletir sobre as peculiaridades das equações diofantinas diante das demais equações, quando o software nos mostrava uma equação linear definida em uma reta e, através dos conhecimentos

adquiridos nesses 5 encontros, observávamos que as equações diofantinas são, na verdade, um conjunto de pontos com coordenadas x e y inteiros que se *comportam como* uma reta, no caso de duas variáveis. Além de evidenciar que os X e Y iniciais, encontrados através da equação e utilizados para parametrizá-las, também pertenciam a esse conjunto de pontos.

M: Percepção das soluções inteiras. Que por mais que a equação não tenha solução inteira, pode ter outras soluções. Visualização das soluções inteiras.

Observamos ainda, pelas respostas dos participantes que eles puderam ampliar suas experiências sobre o ensino da Álgebra e suas relações com a geometria, de forma aliada ao uso de novas tecnologias de ensino. Em especial a resposta dada pelo licenciando Y, mostra uma percepção da relação entre álgebra e geometria, o que segundo Bairral (2009, p. 26) representa “a observação, o levantamento e verificação de conjecturas, bem como as diferentes formas (não estáticas) de representação do objeto em estudo”.

Além disso, foi possível notar o envolvimento dos licenciandos, nas atividades realizadas com o Geogebra, visto que todos se empenharam na atividade de estabelecer relação entre a forma algébrica de uma EDL com sua representação geométrica. Isso se confirma pelas respostas dos alunos R e M, em que os termos percepção e visualização aparecem nas duas respostas, o que confirma a necessidade do uso de ambientes de geometria dinâmica na articulação entre geometria e álgebra, e o Geogebra é um dos possíveis caminhos. Como aponta Bairral (2015), o uso de geometria dinâmica, possibilita as descobertas relacionadas a um determinado conceito, a dinamicidade na visualização e a verificação de propriedades.

Sem dúvida, momentos como esses vivenciados na formação inicial, propiciarão ao futuro professor formas de articular o saber científico com o saber escolar, necessário para que um conteúdo matemático se torne compreensível ao aluno.

4. CONCLUSÃO

Esta experiência contribuiu para a formação dos participantes, que serão em sua maioria futuros professores da educação básica, por ter sido primordial na construção de saberes da docência. As reflexões sobre modos de articular o conhecimento científico e o escolar em salas de aula de cursos de formação inicial de professores se mostrou oportuna e um diferencial da pesquisa. As tarefas propostas permitiram que os licenciandos aprofundassem o entendimento sobre o tema e tivessem uma maior participação nas atividades.

Com isso acreditamos ser possível propiciar alternativas em relação ao modelo tradicional de ensino do conteúdo de equações diofantinas lineares, valorizando momentos de construção de saberes na licenciatura que estejam articulados à prática profissional docente.

Entendemos que a profissão de professor requer saberes próprios da docência e que a formação inicial tem um papel importante na construção desses saberes.

Além disso, na licenciatura faz-se premente que trabalhe e discutamos formas de articular o saber científico ao escolar. A metodologia utilizada nessa formação e o uso do Geogebra mostraram-se propícios para se trabalhar conceitos da Álgebra com vistas à construção e articulação de saberes.

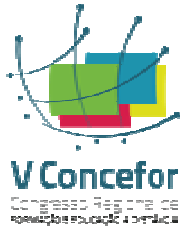
5. REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e educação matemática**, Seropédica: EDUR, 2009. 112p. Série InovaComTic (V.1).

BAIRRAL, M. A. **Pesquisas em Educação Matemática com Tecnologias Digitais: algumas faces da interação**. Revista Perspectivas da Educação Matemática– UFMS, Campo Grande, v.8, p. 485-505, 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Introdução. Ensino Fundamental. Brasília;MEC/SEF,1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática. Ensino Fundamental. Terceiro e quarto ciclos. Brasília;MEC/SEF,1998.



V Congresso Regional de Formação e EAD

Vitória, 16 a 18 de Agosto de 2018

COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA



BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 27/03/2017.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (orgs). **A formação do professor que ensina Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 7 – 26.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-27, 1987.