

## **PROPORCIONALIDADE DIRETA E FUNÇÃO LINEAR: UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA TURMA DE 9º ANO**

Flavia Fassarella Cola dos Santos – Cefor IFES, flaviafcola@gmail.com

André Luiz dos Santos – Cefor IFES, 1971andre.santos@gmail.com

Luciano Lessa Lorenzoni – Cefor IFES, lllorenzoni@ifes.edu.br

Oscar Luiz Rezende – Cefor IFES, oscar@ifes.edu.br

Bruna Dalle Prane – IFES, dzbruna@gmail.com

### **RESUMO**

*A modelagem matemática na perspectiva sociocrítica é um convite aos alunos no ensino-aprendizagem de objetos matemáticos que propicia um ambiente em que os discentes são convidados a problematizar e investigar, por meio de conteúdos da disciplina, situações relacionadas ao contexto social. Para realizar uma experiência nessa perspectiva, desenvolvemos uma sequência de aulas com o objetivo de favorecer a compreensão de proporcionalidade e, a partir disso, introduzir o conceito de função linear com a prática de modelagem delineada pela perspectiva da Educação Matemática Crítica. Para isso, utilizaremos como referencial teórico e abordagem metodológica os estudiosos Ole Skovsmose; Jonei Cerqueira Barbosa; João Pedro da Ponte e colaboradores e Alina Galvão Spinillo. Como resultados e conclusão, podemos descrever que a aplicação de modelagem em aulas de matemática é propiciadora de um ensino-aprendizagem mais significativo, pois há a contextualização e formalização do saber ensinado ao já vivenciado e aprendido no cotidiano.*

**Palavras-chave:** Educação Matemática Crítica, Modelagem, Ensino-aprendizagem, Proporcionalidade, Função Linear.

### **1. INTRODUÇÃO**

O conteúdo de proporcionalidade compõe a disciplina de Matemática em todas as etapas da Educação Básica, com abordagens e objetivos específicos que precisam ser adequados para cada ano escolar.

Com relação as definições referentes a esse assunto, na literatura existem

variadas significações. Dentre elas, destacam-se as elucidações de Lesh, Post e Behr (1988) e Lamon (2005), respectivamente, que foram mencionadas no trabalho de João Pedro da Ponte e colaboradores:

[...] consideram o raciocínio proporcional como uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de co-variação e possibilita múltiplas comparações, requerendo a aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação, relacionados com inferência e predição e envolvendo pensamento qualitativo e quantitativo (PONTE, et al., 2010, p. 3).

[...] refere que o raciocínio proporcional está associado à capacidade de analisar relações entre grandezas, o que implica compreensão da relação constante entre estas (invariância) e a noção de que ambas variam em conjunto (covariação) [...] (PONTE, et al., 2010, p. 3-4).

Nessa perspectiva, das diversas concepções relacionadas à proporcionalidade, bem como no entendimento de que a temática tem aplicabilidade no cotidiano, dentro da própria matemática e pode ser utilizada em outras áreas do conhecimento, desenvolvemos a experiência com discentes que visou possibilitar uma efetiva aprendizagem, a partir de uma atividade de modelagem definida por Barbosa (2004) como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2004, p. 3). Segundo o estudioso, essa prática propicia motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática.

Com o intuito de desenvolver a atividade de modelagem, a planejamos a partir do Caso 2, descrito pelo autor. Nessa situação, nós, professores/pesquisadores, propomos um problema aos estudantes e a simplificação, a coleta de dados e a solução serão organizados em conjunto, sendo que nós, professores/pesquisadores iremos desempenhar papel de mediadores.

No decorrer de todo o trabalho, pretendemos realizar a abordagem sobre proporcionalidade a partir de uma perspectiva da Educação Matemática Crítica, propiciando a compreensão do conteúdo e, simultaneamente, a criticidade

discente. De acordo com Skovsmose (2010), é imprescindível que o conhecimento reflexivo seja estimulado, pois ele envolve interpretações e entendimentos matemáticos ampliados das abstrações mencionadas, bem como propicia a alfabetização matemática. Sobre essa formação, o estudioso descreve:

[...] a alfabetização matemática, como construto radical, tem de estar enraizada em um espírito de crítica e em um projeto de possibilidades que habilite pessoas a participarem no entendimento e na transformação da sociedade (SKOVSMOSE, 2010, p. 95).

Destarte, essa ação objetiva propiciar um ambiente de ensino-aprendizagem profícuo a aprendizagem do conteúdo de proporcionalidade e, a partir disso, introduzir o conceito de função linear com a prática de modelagem delineada pela perspectiva da Educação Matemática Crítica.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

Com a finalidade de alcançarmos o objetivo proposto, planejamos a ação procurando garantir a possibilidade de construção do conceito de proporcionalidade a partir dos aspectos centrais do raciocínio proporcional, propostos pela professora Alina Galvão Spinillo que em (SPINILLO, 2002) diz:

[...] os estudiosos concordam que o raciocínio proporcional requer: a) reconhecer a equivalência entre situações distintas; b) pensar em termos relativos e não em termos absolutos; e c) estabelecer relações entre relações, i.e., estabelecer relações de segunda-ordem que ligam duas ou mais relações de primeira-ordem. Estes aspectos são o cerne do raciocínio proporcional, em especial as relações de primeira e de segunda-ordem (SPINILLO, 2002, p. 475).

Alinhados ao pensamento da autora, conjecturamos ser possível introduzir ideias associadas ao conceito de função linear por meio do estudo de problemas que envolvam proporcionalidade direta, à medida que, concomitantemente, revisitamos os aspectos centrais do raciocínio proporcional destacados por ela.

O professor João Pedro da Ponte atenta para possibilidade do desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades propondo em Ponte et al. (2010) que:

[...] aprofundam este trabalho com a exploração de regularidades, a determinação dos termos através da lei de formação da sequência e a determinação da lei de formação da sequência através da análise da relação existente entre os seus termos (PONTE, et al., 2010, p. 6).

[...] o ensino do tópico proporcionalidade directa pode ser desenvolvido com recurso ao trabalho com regularidades e relações, pois este representa um caminho para desenvolver as capacidades que envolvem o raciocínio proporcional, em particular o sentido de co-variância e de invariância, ao mesmo tempo que contribui para o desenvolvimento da capacidade de generalização (PONTE, et al., 2010, p. 7).

Pressupomos também, que a organização e implementação dessa série de aulas, nos possibilitará explorar alguns aspectos associados ao conceito de proporcionalidade, principalmente a identificação de regularidades e a generalização dessas regularidades por meio de uma lei de formação que represente as sequências desenvolvidas durante a resolução das situações problemas propostas em nossas aulas.

Com relação ao ambiente de Modelagem, o planejamento pretendeu contemplar os cinco argumentos propostos pelo Professor Jonei Cerqueira Barbosa, ou seja, nossa pretensão ao propor essa sequência de aulas foi (1) motivar os alunos, (2) facilitar o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, (3) preparar os discentes para utilizarem a matemática em diferentes situações e áreas de atuação, (3) desenvolver suas habilidades gerais de exploração e (5) propiciar a compreensão do papel sociocultural da matemática dos sujeitos envolvidos na atividade.

### **3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

O estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois não estamos preocupados com a representação numérica, mas, sim, com a compreensão dos discentes referente à proporcionalidade e à função linear. Sobre esse tipo de pesquisa, Gerhardt e Silveira, descrevem:

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores [...] e se valem de diferentes abordagens (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p. 32).

Partindo dessa perspectiva de pesquisa, para a sua execução, utilizamos como

instrumentos de produção de dados a observação participante, onde a coleta de dados ocorreu a partir de nossa inserção e participação em sala de aula, durante o desenvolvimento das aulas. Para a análise dos dados, realizamos o registro das falas, fotografias e filmagens.

A experiência foi organizada em uma série de quatro aulas, cada uma com duração de cinquenta minutos, nas quais planejamos possibilitar a construção/(re) construção do conceito de proporcionalidade e, a partir dele, propiciar a construção do conceito de função aos discentes. Esse conjunto de aulas foi ministrado em uma instituição privada, situada em um bairro de classe média/alta, no município de Vitória, para uma turma de 28 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Com relação à organização das aulas, o primeiro encontro consistiu na introdução ao conceito de razão a partir de comparações, matematizadas ou não, entre os meninos e meninas da classe. Essas verificações poderiam ser de qualquer natureza: quantidade de meninos e meninas em valores absolutos, quantidade de meninos que praticam esporte e quantidade de meninas que praticam esportes e esportes preferidos por meninas e esportes preferidos por meninos. Para encerrar esse momento, foi solicitada uma pesquisa domiciliar sobre os meios de transporte utilizados pelos alunos daquela sala de aula ou de outra, que servirá para o seguimento do assunto da próxima aula.

Com a segunda aula, objetivamos definir grandezas e estabelecer relações diretamente proporcionais entre elas, comparando-as por meio de seus quocientes e identificando essa comparação como a razão entre as grandezas comparadas. Para isso, os discentes deveriam pesquisar o tipo de combustível que pode ser utilizado por cada tipo de veículo que apareceu em sua pesquisa, qual o consumo médio de combustível de cada um deles utilizando um dos possíveis combustíveis e qual a capacidade desse veículo, ou seja, quantos passageiros ele pode transportar. Cada grupo deveria registrar os resultados obtidos em seus cadernos. Posteriormente, houve o preenchimento de uma

tabela única no quadro, para que os dados fossem socializados e discutidos coletivamente. Em seguida, todos anotaram os dados do quadro no caderno para que com eles fossem feitas simulações, onde a turma deveria fazer viagens de estudo utilizando todas as opções de transportes elencados, as viagens teriam 10 quilômetros, 20 quilômetros, 30 quilômetros, 160 quilômetros e  $n$  quilômetros. Essa tarefa foi solicitada para que fosse realizada em duplas e entregue na próxima aula.

Na aula seguinte, planejamos possibilitar à construção do conceito de funções lineares a partir de uma relação proporcional estabelecida entre grandezas. Inicialmente, foi desenhada uma tabela no quadro representando os dados das viagens de estudo, deixando os registros dos valores em branco. Quando os alunos chegaram, encontraram a tabela no quadro e foram informados que algumas duplas seriam sorteadas para preencher as informações numéricas de acordo com a tarefa da aula anterior, mas que todas as duplas deveriam entregar a atividade respondida em uma folha separada, para coleta e análise dos dados. Após o preenchimento, oportunizamos um momento de diálogo sobre os resultados obtidos.

Por fim, organizamos discussões coletivas para uma abordagem exclusivamente baseada na perspectiva da Educação Matemática Crítica, comparando o consumo de combustível e o custo desse combustível para os três veículos citados: carros, vans e ônibus, de modo que os alunos verificassem algumas vantagens dos transportes de utilização coletiva. Cabe destacar que, apesar de termos planejado esse momento exclusivo para essa discussão, o diálogo crítico e reflexivo sobre o assunto permeou em todas as aulas.

#### **4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Na primeira aula, os discentes apresentaram dúvidas quanto ao tipo de comparação que deveria ser feita, mesmo após o professor ter informado que eles poderiam comparar como pretendessem. Posterior às novas orientações,

as comparações foram diversas, dentre elas: “o número de meninas é maior que o de meninos”, “tem mais meninas que meninos”, “tem mais meninos que usam óculos que meninas que usam óculos”, “meninas tem vagina e meninos tem pênis”, “tem mais meninas de cabelo grande e mais meninos de cabelo curto”. Entre uma fala e outra dos grupos, fizemos algumas ponderações: “em toda turma isso acontece?”, “podemos dizer que usar óculos é mais comum entre homens do que entre mulheres?”, “você acham que o órgão genital influencia no cotidiano das pessoas? na vida delas? sem pensar em sexo?”. A cada ponderação realizada pelo professor houve um pequeno ciclo de discussão onde os alunos intervinham respondendo aos questionamentos propostos e faziam outras proposições.

Na aula seguinte, os estudantes apresentaram os dados coletados, de acordo com a solicitação do encontro anterior. Nesse momento, identificamos que maioria dos estudantes utilizou a própria turma como objeto de investigação, sendo que alguns registraram os dados utilizando tabelas e outros escreveram os dados sem utilizar esse recurso.

Durante essa aula, no decorrer da investigação sobre o tipo de combustível que pode ser utilizado por cada tipo de veículo que apareceu na pesquisa, qual o consumo médio de combustível de cada um deles utilizando um dos possíveis combustíveis e qual a capacidade desse veículo a turma demonstrou produção significativa, apesar de nosso receio por ser a primeira vez em que utilizávamos o recurso dos aparelhos celulares como instrumento de pesquisa, mas percebemos que todos trabalharam concentrados trocando informações e as confrontando, quando oportuno.

Figura 1. Pesquisa: tipo de combustível

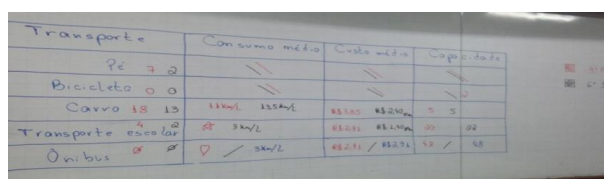




(Arquivo dos pesquisadores, 2018)

Durante o preenchimento da tabela para a socialização dos dados encontrados, parte majoritária da turma respondeu e auxiliou no preenchimento de forma empolgada.

Figura 2. Meios de transporte

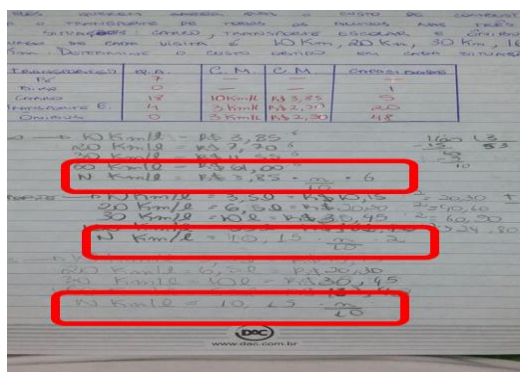


Transporte	Consumo médio	Custo médio	Capacidade
Pc 7 2			
Bicicleta 0 0			
Carro 18 13	13km/l 13km/l	R\$180 R\$200	0 5
Transporte escolar 4 2	2km/l	R\$120 R\$140	20 20
Ônibus 2 2	2km/l	R\$210 R\$210	12 12

(Arquivo dos pesquisadores, 2018)

No terceiro encontro, a maioria das atividades entregues foi realizada como a que segue:

Figura 3. Dados das viagens



Distância	Consumo	Custo	Capacidade
10 Km	10km/l	R\$3,85	1
20 Km	20km/l	R\$7,70	2
30 Km	30km/l	R\$11,55	3
40 Km	40km/l	R\$15,40	4

$10 \text{ Km} = 10 \cdot 3,85 = 38,50$   
 $20 \text{ Km} = 20 \cdot 3,85 = 77,00$   
 $30 \text{ Km} = 30 \cdot 3,85 = 115,50$   
 $40 \text{ Km} = 40 \cdot 3,85 = 154,00$

(Arquivo dos pesquisadores, 2018)

Durante as correções e comentários referentes à atividade solicitada, alguns alunos disseram não ter realizado a tarefa da maneira como estava sendo proposta no quadro. Respondemos a essa fala justificando que não havia problemas e que estávamos fazendo daquela maneira por querer que todos compreendessem um novo conceito e, por isso, o modo de resolução estava diferente, mas isso não impediria que o dele estivesse correto. Seguindo a discussão de forma coletiva, perguntamos qual conteúdo eles haviam utilizado para resolver a questão e alguns disseram ter utilizado regra de três. Nesse momento, explicamos que a regra de três é uma forma prática de resolução de problemas envolvendo proporcionalidade e que esse modelo de relação



proporcional que eles estavam estudando, ou seja, esse tipo de relação existente entre as grandezas quantidade de quilômetros e o custo da viagem poderia ser estudado como uma função, pois sabendo a quantidade de quilômetros era possível calcular o custo da viagem e que para isso bastava utilizar a fórmula/modelo encontrada quando eles propuseram o valor de  $n$  quilômetros, sendo assim, o valor da viagem seria obtido em função da quantidade de quilômetros rodados pelo veículo. Após essa explicação foram feitos testes utilizando outras quantidades de quilômetros ainda não calculados. Os alunos demonstraram compreensão referente à nossa abordagem.

Por fim, a partir das discussões coletivas para uma abordagem exclusivamente baseada na perspectiva da Educação Matemática Crítica, maior parte dos alunos considerou que a utilização dos meios de transportes coletivos deveria ser incentivada por possuir um menor custo e transportar uma quantidade maior de pessoas, um deles disse: "*se todo mundo viesse de transporte (van escolar) ou de ônibus não teria tanto trânsito nessa rua*" outro comentou que: "*da minha casa daria pra eu vim de ônibus, mas minha mãe acha que tem muito assalto, a gente quase não anda de ônibus*". Em seguida o professor perguntou o que devia ser feito para incentivar a utilização de transporte coletivo e obteve respostas tais como: "*os ônibus tinham que ter policiais dentro*", "*não podia poder andar em pé no ônibus*". Para concluir, perguntamos se todos concordavam que, segundo o que eles estavam falando, os principais pontos de melhoria no sistema de transporte público coletivo seriam a segurança e o conforto. Nesse momento, a maior parte dos alunos respondeu positivamente.

## **5. CONCLUSÕES**

O desenvolvimento dessa experiência, organizada em uma série de quatro aulas, nos propiciou compreender e identificar alguns dos aspectos que são associados ao conceito de proporcionalidade, notadamente sob o prisma da exploração de regularidades, da determinação de termos de uma sequência por meio de uma lei de formação que represente a sequência e a própria

determinação dessa lei de formação, conforme propõe Ponte et al (2010).

A partir dessa vivência, concluímos que é possível introduzir ideias associadas ao conceito de função por meio do estudo de problemas que envolvam proporcionalidade direta, à medida que revisitamos aspectos cerne do raciocínio proporcional proposto por Spinillo (2002). Além disso, essa perspectiva é promotora de um ambiente facilitador do processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, ao passo que os discentes mantiveram-se motivados, desenvolvendo habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática, como indicado por Barbosa (2004), pois essa prática propicia a contextualização e formalização do saber ensinado ao já vivenciado e aprendido no cotidiano.

## 6. REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73 – 80, 2004.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso em 13 mai 2018.

PONTE, et al. **O Desenvolvimento do Conceito de Proporcionalidade Directa pela Exploração de Regularidades**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa - Universidade da Beira Interior, 2010.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: A questão da democracia**. 5. ed. Campinas, SP: Papius, 2001.

SPINILLO, Alina Galvão. **Raciocínio proporcional em crianças: Considerações acerca de alternativas educacionais**. Revista Pro-Posições, v. 5, n. 1, p.109-114, 1994.